

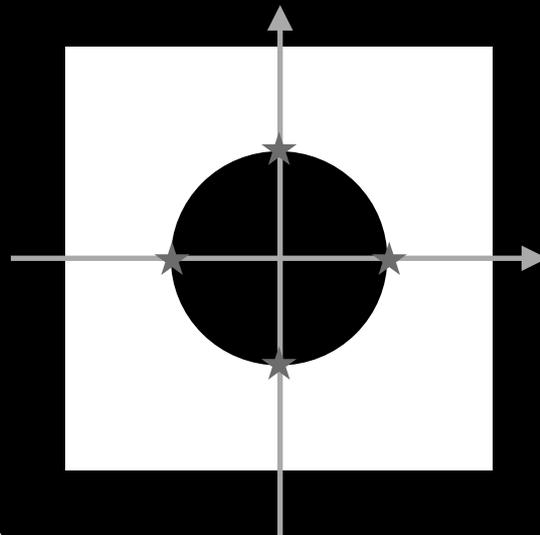
Filtrage passe-haut, passe-bande/coupe-bande, dérivateur — directement dans le plan de Fourier

L'avantage d'être dans le plan de Fourier, c'est que l'on peut modéliser les fréquences comme on le désire... Y compris le faire de manière plus simple.

- Cas du filtrage passe-haut : créer \hat{h} tel que $|\hat{h}|$ croît quand la fréquence (spatiale) croît également => on favorise les fréquences les plus élevées => effet contraire du filtre passe-bas.

Application : Atténuer les variations lentes de l'image, pour faire ressortir les variations brusques (contours).

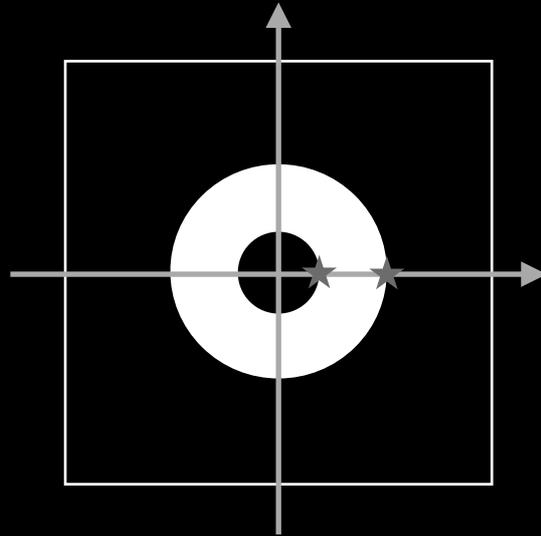
Exemple :



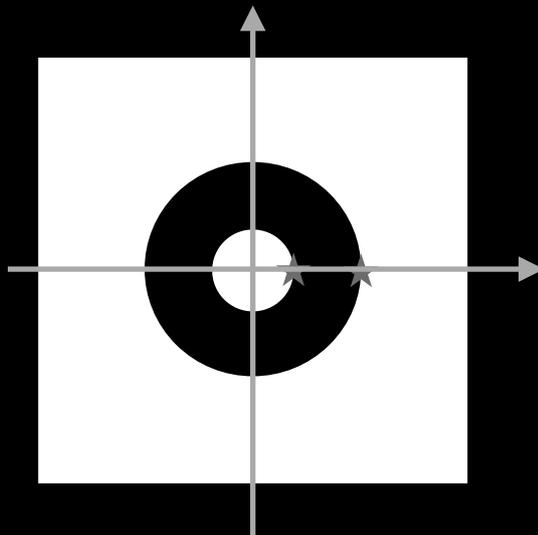
★ fréq. de coupure

(il s'agit bien d'un filtrage directement dans le plan de Fourier, appliqué à la TF de l'image)

- Cas du filtrage passe-bande : on laisse une bande de fréquences entre deux fréquences de coupures.



- Cas du filtrage coupe-bande :



- Filtre dérivateur :

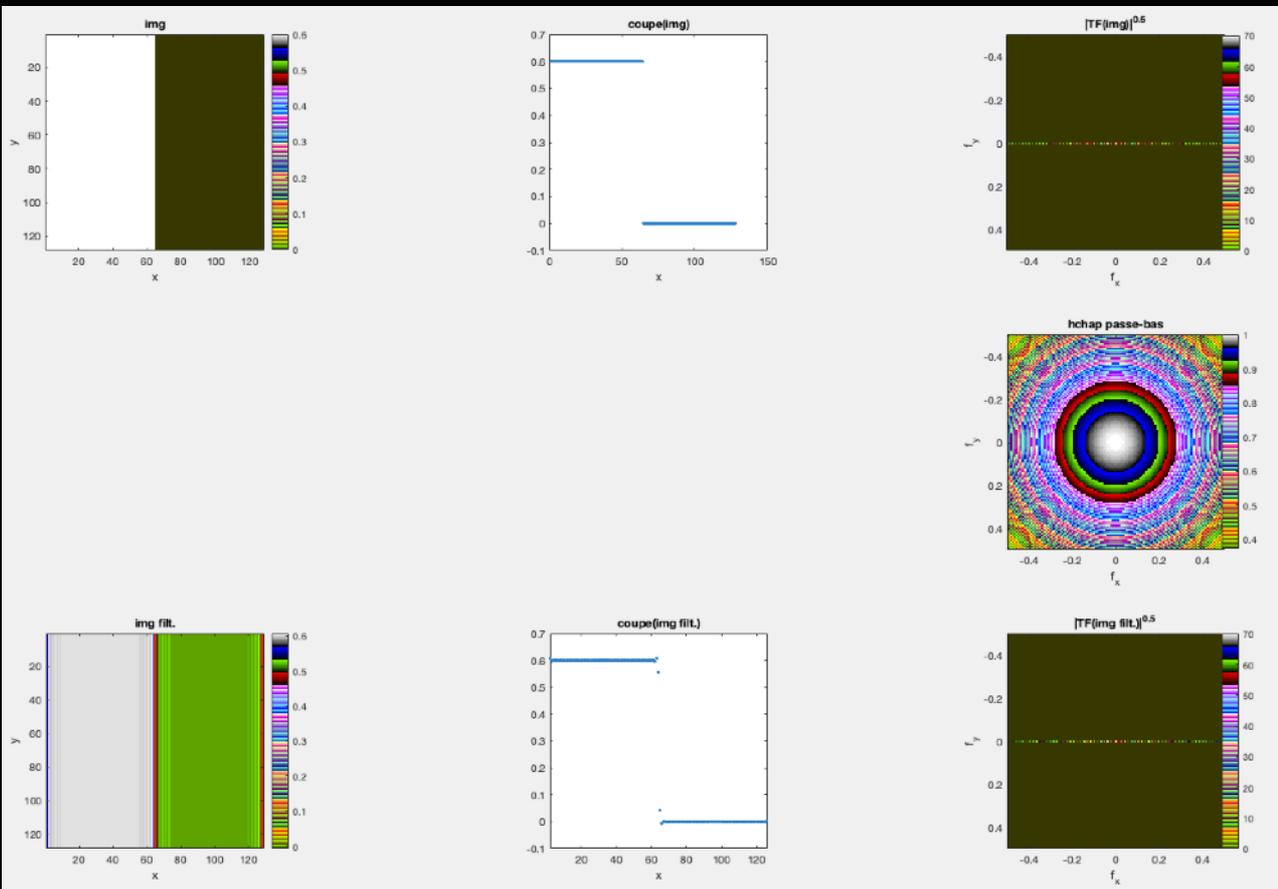
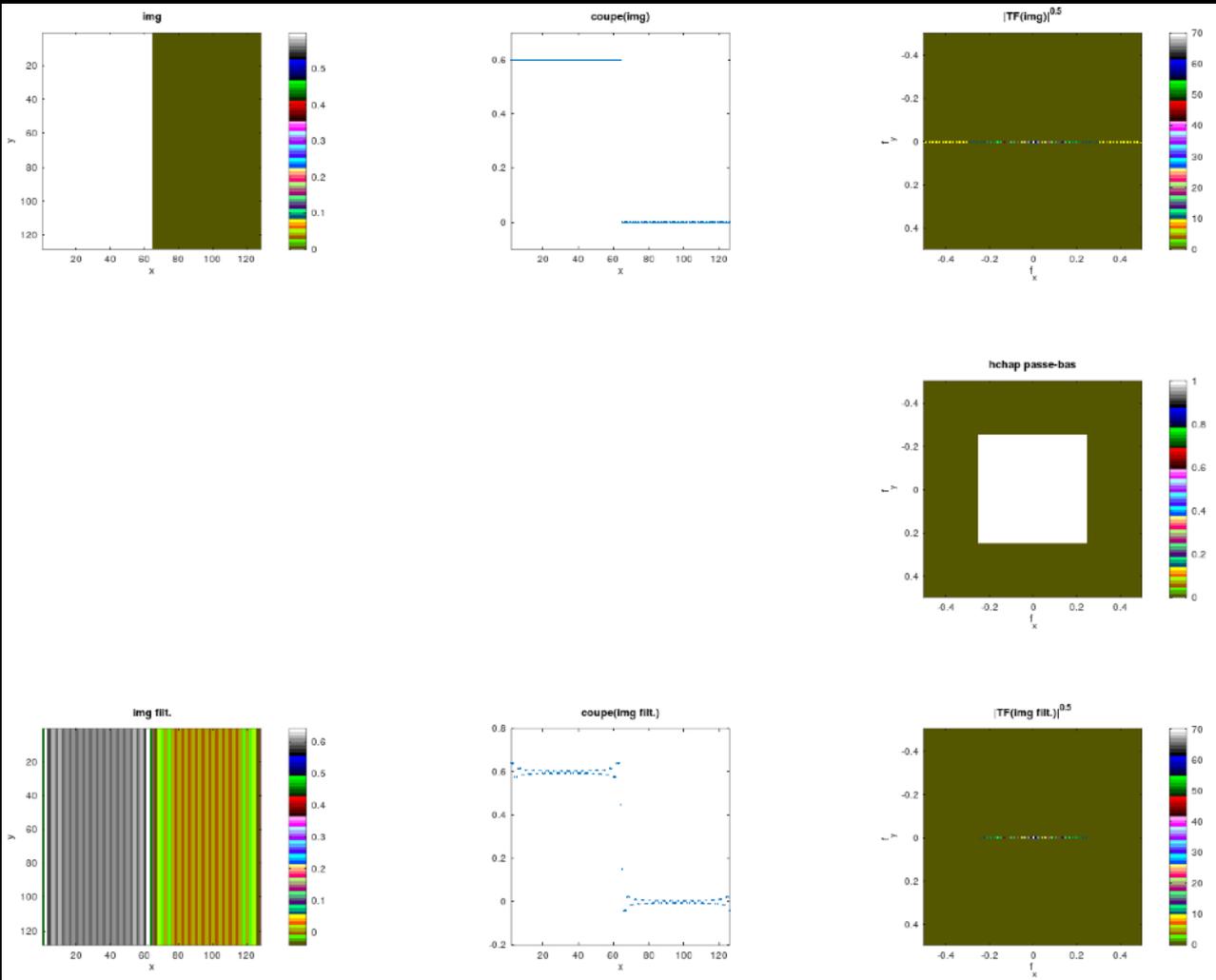
En fait un filtre passe-haut, construit à partir de :

$$f'(x,y) \xrightarrow{TF} 2i\pi u \ 2i\pi v \ \hat{f}(u,v)$$

Exercice 8 :

Filtrer (en masquant dans le plan de Fourier : notion de fonction de transfert) avec un filtre passe-bas, carré, de largeur $\dim/2$. Commenter le résultat.

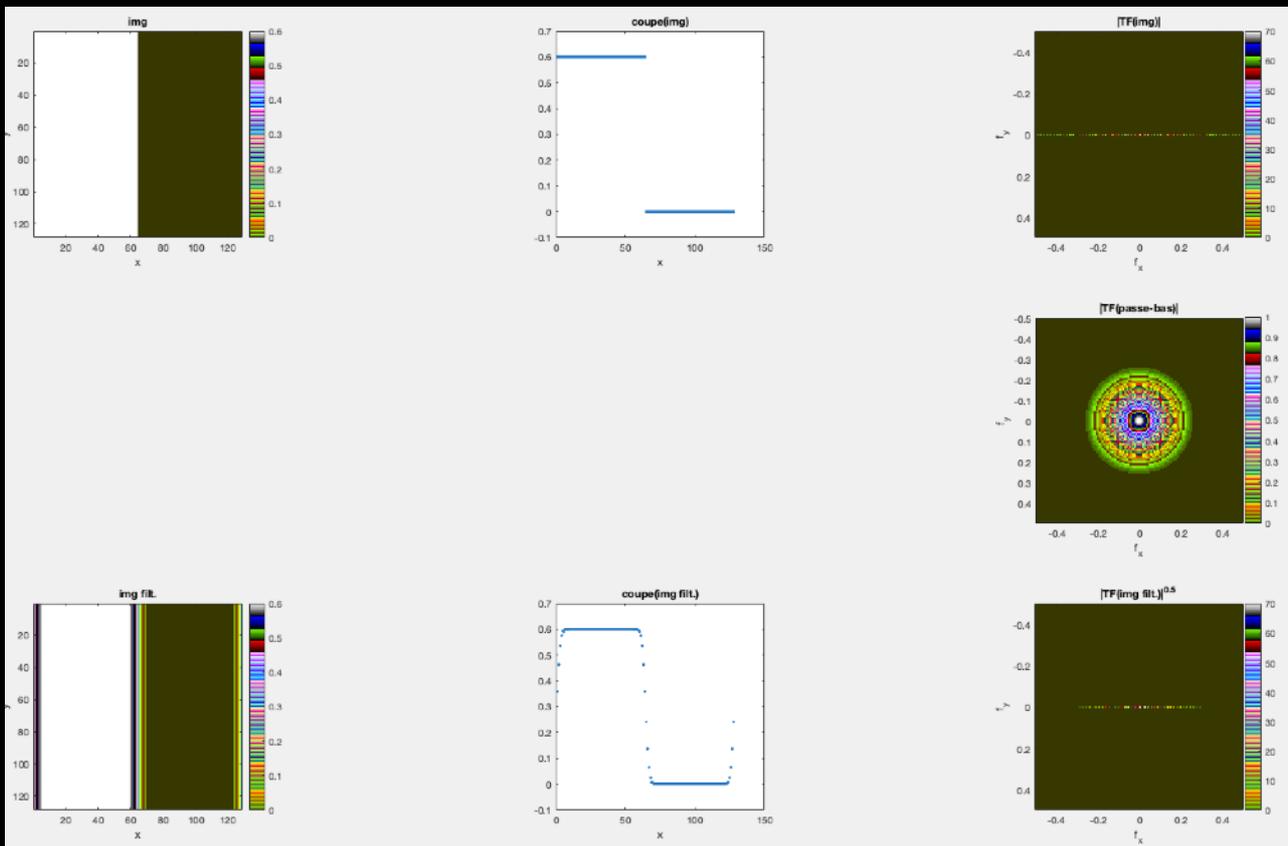
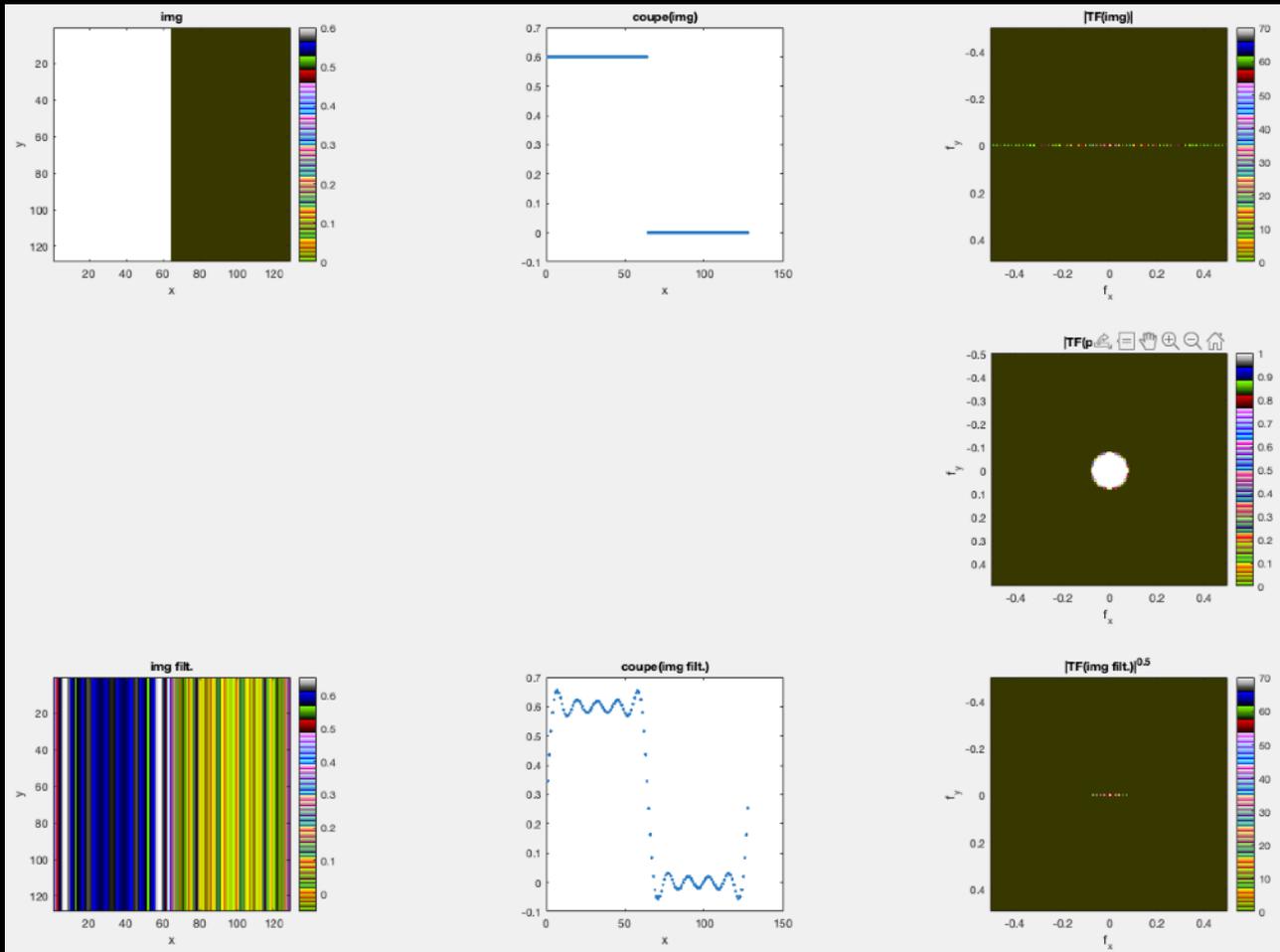
```
1 clear
2 close all
3 %pkg load image
4
5 % image
6 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6; % marche 0.6/0
7 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx; % fréquences
8
9 figure, colormap('colorcube') % colormapp "colorcube"
10
11 subplot(3,3,1), imagesc(I)
12 colorbar, axis('square')
13 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
14
15 subplot(3,3,2), plot(I(dim/2,:),'.')
16 axis('square'), ylim([-1 .7])
17 title('coupe(img)'), xlabel('x')
18
19 % FFT(image)
20 Ichap=fft2(I,dim,dim);
21 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
22 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^5)
23 colorbar, axis('square')
24 title('|TF(img)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
25
26 % "filtre" (en fait fct de transfert directement!)
27 hchap=zeros(dim,dim); nn=dim/2;
28 hchap(dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2,dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2)=1.;
29 % plus smooth : le filtre gaussien...
30 % hchap=fspecial('gaussian',dim,nn); hchap=hchap/max(max(hchap));
31
32 subplot(3,3,6), imagesc(fx,fy,hchap)
33 colorbar, axis('square')
34 title('hchap passe-bas'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
35
36 % filtrage dans l'espace de Fourier
37 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
38 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
39 subplot(3,3,9), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^5)
40 colorbar, axis('square')
41 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
42
43 % retour dans l'espace réel
44 Ifilt=ifft2(Ichapfilt);
45 subplot(3,3,7), imagesc(real(Ifilt))
46 colorbar, axis('square')
47 title('img filt.'), xlabel('x'), ylabel('y')
48
49 subplot(3,3,8), plot(real(Ifilt(64,:)),'.')
50 axis('square'), ylim([-1 .7])
51 title('coupe(img filt.)'), xlim([2,dim-2]), xlabel('x')
```



Exercice 8bis :

Même chose avec un filtre (en fait sa FFT, i.e. un masque) circulaire (10 frequels de rayon)...

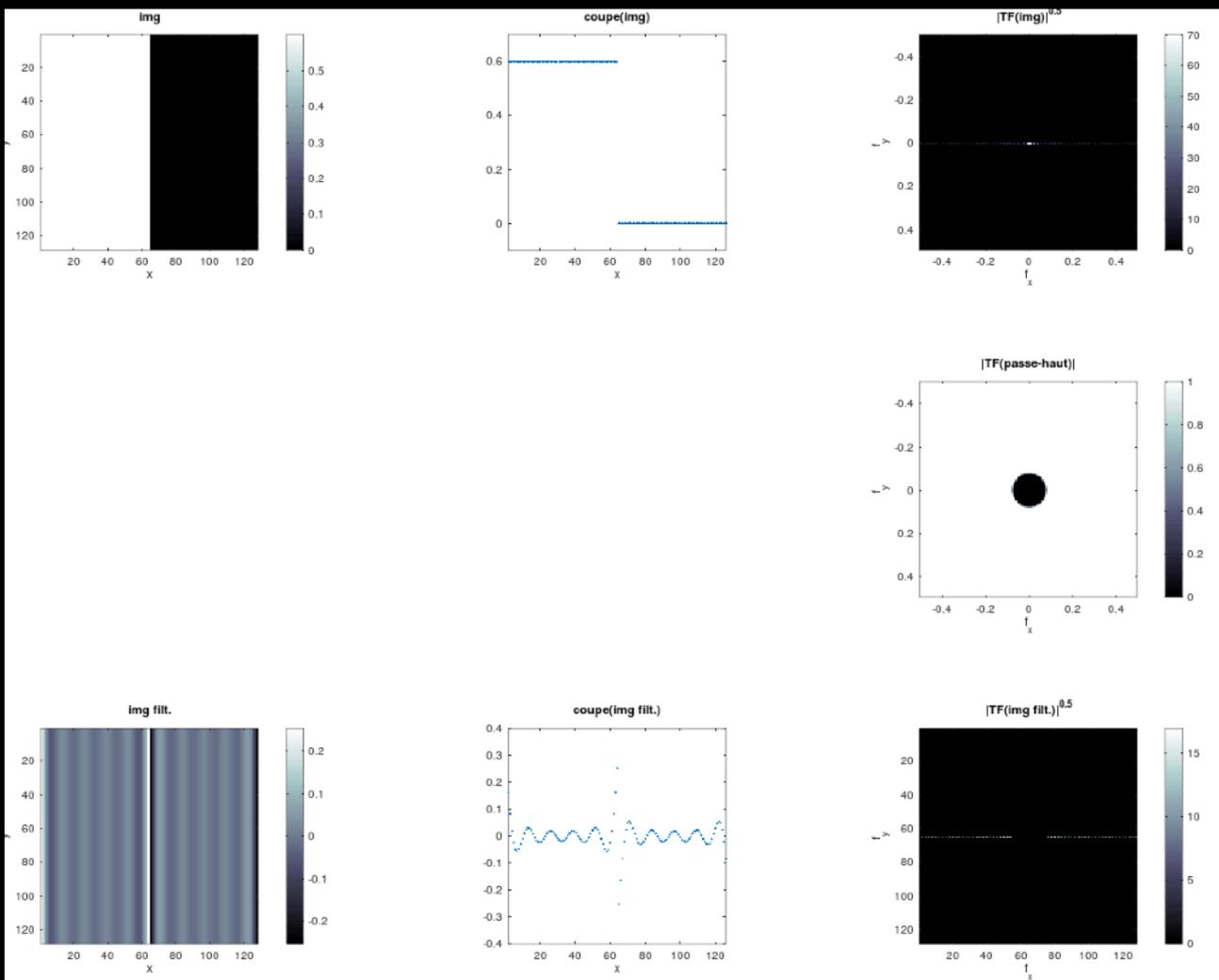
```
1 clear
2 close all
3 %pkg load image
4
5 % image
6 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6;
7 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx;
8
9 figure, colormap('colorcube')
10
11 subplot(3,3,1), imagesc(I)
12 colorbar,axis('square')
13 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
14
15 subplot(3,3,2), plot(I(64,:),'.'), axis('square'), ylim([-0.1 0.7])
16 title('coupe(img)'), xlabel('x')
17
18 % FFT(image)
19 Ichap=fft2(I);
20 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
21 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^5)
22 colorbar, axis('square')
23 title('|TF(img)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
24
25 % "filtre" (en fait fct de transfert directement!)
26 hchap=zeros(dim,dim); rr=10;
27 % hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
28 % hchap(dim/2+1-rr:dim/2+1+rr,dim/2+1-rr:dim/2+1+rr)=hh;
29 % plus smooth : le filtre gaussien...
30 hchap=fspecial('gaussian',dim,rr); hchap=hchap/max(max(hchap));
31
32
33
34 % filtrage dans l'espace de Fourier
35 Ichapfilt=Ichap.*fftshift(hchap);
36 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
37 subplot(3,3,9), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^5)
38 colorbar, axis('square')
39 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
40
41 % retour dans l'espace réel
42 Ifilt=ifft2(Ichapfilt);
43 subplot(3,3,7), imagesc(real(Ifilt))
44 colorbar, axis('square')
45 title('img filt.'), xlabel('x'), ylabel('y')
46
47 subplot(3,3,8), plot(real(Ifilt(64,:)),'.'), axis('square'), ylim([-0.1 0.7])
48 title('coupe(img filt.)'), xlabel('x')
```



Exercice 9 :

Faire de même avec un filtre passe-haut, circulaire de rayon 10 frequels. Commenter le résultat.

```
1 clear
2 close all
3 %pkg load image
4
5 % image
6 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6;
7 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx;
8
9 figure, colormap('bone')
10 subplot(3,3,1), imagesc(I)
11 colorbar, axis('square')
12 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
13
14 subplot(3,3,2), plot(I(64,:),'.')
15 axis('square'), ylim([-1 .7])
16 title('coupe(img)'), xlabel('x')
17
18 % FFT(image)
19 Ichap=fft2(I);
20 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
21 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^5), colorbar, axis('square')
22 title('|TF(img)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
23
24 % "filtre" (en fait fct de transfert directement!)
25 hchap=ones(dim,dim);
26 rr=10; hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
27 hchap(dim/2+1-rr:dim/2+1+rr,dim/2+1-rr:dim/2+1+rr)=1.-hh;
28
29 subplot(3,3,6), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('square')
30 title('|TF(passe-haut)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
31
32 % filtrage dans l'espace de Fourier
33 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
34 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
35 subplot(3,3,9), imagesc(Ichapfiltmod.^5)
36 colorbar, axis('square')
37 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
38
39 % retour dans l'espace réel
40 Ifilt=ifft2(Ichapfilt);
41 subplot(3,3,7), imagesc(real(Ifilt)), colorbar, axis('square')
42 title('img filt.'), xlabel('x'), ylabel('y')
43
44 subplot(3,3,8), plot(real(Ifilt(64,:)),'.')
45 axis('square'), title('coupe(img filt.)'), xlabel('x')
```



Exercice 9+ : Même chose (ou presque) mais avec moins d'oscillations ?...